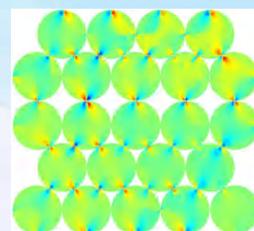
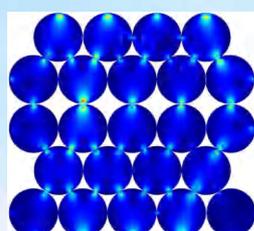
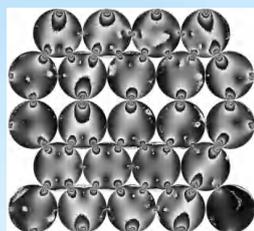
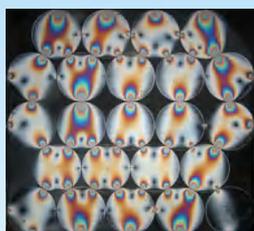


# 力链试验

## 数字光弹性实验分析



卓力特光电仪器（苏州）有限公司  
TRUST O&E INSTRUMENTS(SUZHOU)CO.,LTD

---

## 目 录

第一章 力链.....	2
第二章 光弹性模型.....	4
第三章 加载方案 A.....	7
第四章 典型等色线.....	8
第五章 典型等倾线.....	10
第六章 等倾线全场分布.....	11
第七章 等色线级数包裹相图.....	12
第八章 等色线级数全场分布.....	14
第九章 剪应力全场分布.....	16
第十章 Tresca 应力分布.....	18
第十一章 加载方案 B.....	21
第十二章 典型等色线.....	22
第十三章 典型等倾线.....	25
第十四章 等倾线全场分布.....	26
第十五章 等色线级数包裹相图.....	27
第十六章 等色线级数全场分布.....	30
第十七章 剪应力全场分布.....	33
第十八章 Tresca 应力分布.....	36
附 数字光弹性软件及 Trust 产品介绍.....	39

# 第一章 力链

## 1.1 力链的形成

在密集排布的颗粒物质中，颗粒自由活动空间小，重力或外载荷使得颗粒间相互挤压变形。一些颗粒变形较大且连接成准直线，传递较大份额的重力或外载荷，形成强力链；其他颗粒间接触变形微弱，传递的外力较小，形成弱力链。它们相互交接形成网络，非均匀地贯穿于颗粒物质内，其中强力链数目较少，却支撑了颗粒体系的大部分重量及外载荷，该力链上颗粒的轻微差异都会造成“千里之堤，溃于蚁穴”的惊人效果，比如自然界中很小的震动就可能引发塌方或者雪崩；弱力链数目巨大，几乎均匀分布在颗粒体系内，与强力链衔接，起到稳定强力链的辅助作用，并且参与强力链断裂后的重构。

在同一力链中的接触力大小基本相等。力链的方向基本于外载荷方向平行，只能承受很小的切向力。在弱力链中，颗粒轻微接触，变形极小，微量切向力就可以打破弱力链，如图 1.1(a)所示；强力链上的颗粒承受的外力较大，颗粒间接触变形也大，当颗粒受到接触力的作用线处于摩擦角范围内（图 1.1(b)中虚线所示），则力链中的颗粒处于自锁状态，因此强力链可以承受一定大小的切向力。

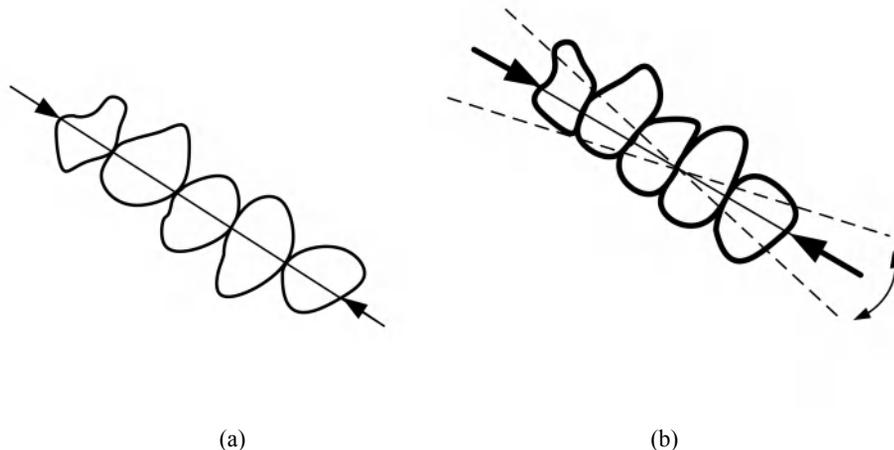


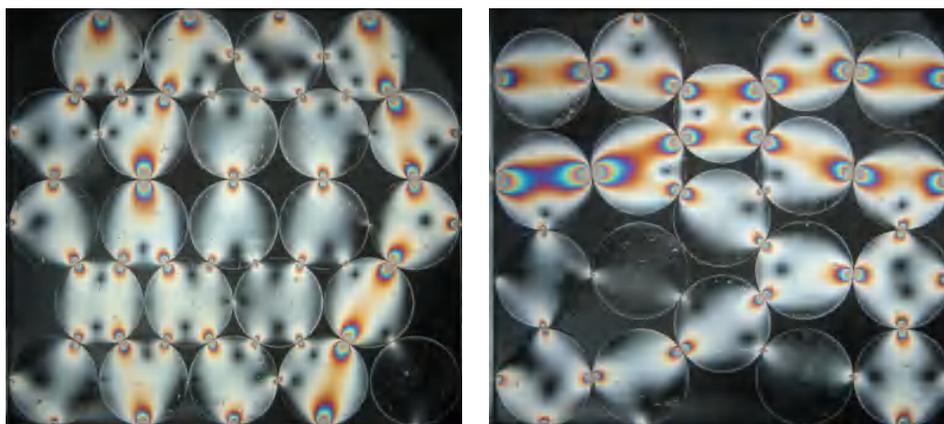
图 1.1 单条力链中的颗粒挤压 (a)弱力链 (b)强力链

## 1.2 光弹性应力分析法检测接触力

光弹性力学实验是应用光学原理研究弹性力学问题的一种实验应力分析方法。将具有双折射效应的透明塑料制成的结构模型置于偏振光场中，给模型施加载荷时，即可看到模型上产生的干涉条纹图，测量干涉条纹，就能确定模型在受载状态下的应力分布。对于断裂力学、岩土力学、生物力学、粘弹性理论和复合材料力学等，可以用光弹性法验证其新理论、新假设的合理性和有效性，为其发展提供科学依据。

在颗粒接触盈利检测时，常用的制作颗粒材料是聚碳酸酯，其光学灵敏度和透明度都较高，还具有时间-边缘效应小，室温下蠕变小等优势。在光弹检测接触力实验中，颗粒接触处越亮，表明接触应力就越大，从而可以清晰的显示颗粒瞬间接触力大小及其应力分布，

如图 1.2 所示。从图 1.2 中可以清晰地看到颗粒间连成力链分布，条纹级数越多，亮度越高，应力越大。同时，还可以反映颗粒内部地应力分布，进而进行后续力学计算。



(a)

(b)

图 1.2 等色线条纹图(20kg) (a)加载方案 A (b)加载方案 B

## 第二章 光弹性模型

在光弹性实验中，材料条纹值  $F_\sigma$  是一个关键参数，也是唯一的一个联系力学量和光学量的常数，需要得到小数点后 2 到 3 位的精度。特别地，对于对径压缩圆盘中心点上的条纹级数与载荷的关系有

$$F_\sigma = \frac{8P}{\pi D N_c} \quad (1)$$

其中， $N_c$  为圆盘中心点上的条纹级数， $D$  为圆盘直径。

使用尽可能多的数据来计算材料的应力条纹值，假设与残余双折射相关的条纹级数是位置坐标  $(x, y)$  的线性函数，即

$$N_r(x, y) = Ax + By + C \quad (2)$$

任一点的条纹级数等于理论值和残余条纹级数之和，使用应力-光学定律有

$$N(x, y) = \frac{(\sigma_1 - \sigma_2)h}{F_\sigma} + N_r(x, y) \quad (3)$$

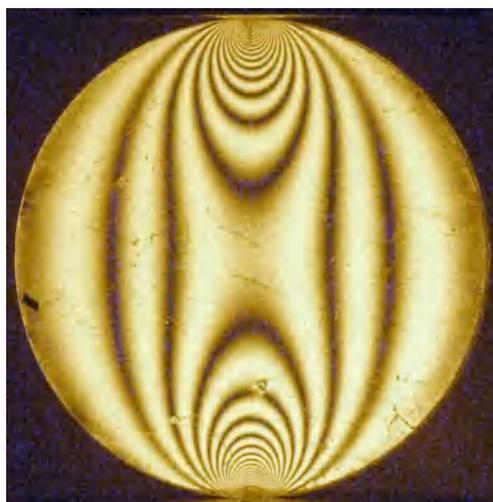
为了计算机实现，其中  $S = (\sigma_1 - \sigma_2)h$  和根据对径压缩圆盘理论得到为

$$S(x, y) = \frac{4PR}{\pi} \frac{R^2 - (x^2 + y^2)}{(x^2 + y^2 + R^2)^2 - 4y^2R^2} \quad (4)$$

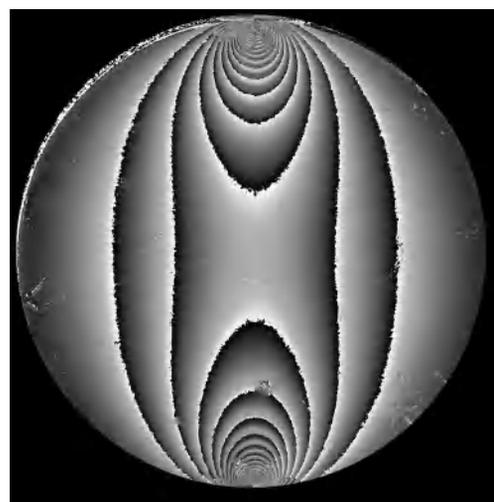
其中， $R$  为圆盘半径。则对于任一点有条纹级数为

$$N(x, y) = \frac{S(x, y)}{F_\sigma} + Ax + By + C \quad (5)$$

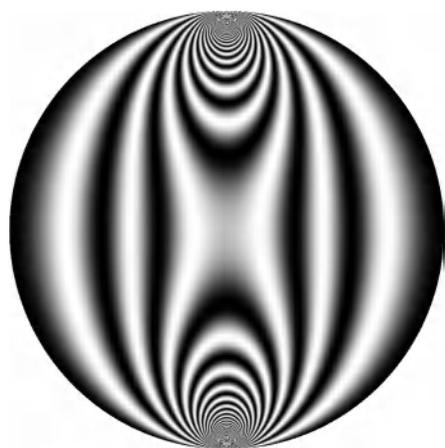
这样从实验得到的一系列光弹性数据  $(x, y, N)$ ，可使用最小二乘标准来确定未知数  $F_\sigma$ 。



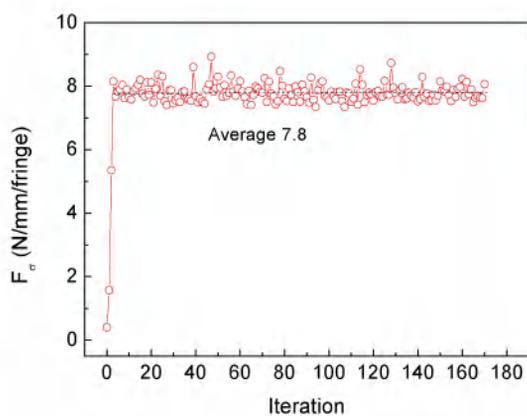
(a)



(b)



(c)



(d)

图 2.1 (a) 正交圆偏振场下对径压缩圆盘等色线图案（聚碳酸酯圆盘直径 30mm，厚度 4.8mm），(b) 数字光弹性确定的等色线包裹相图，(c) 重建的等色线图案和 (d) 迭代得到的材料条纹值为 7.80N/(条·mm)

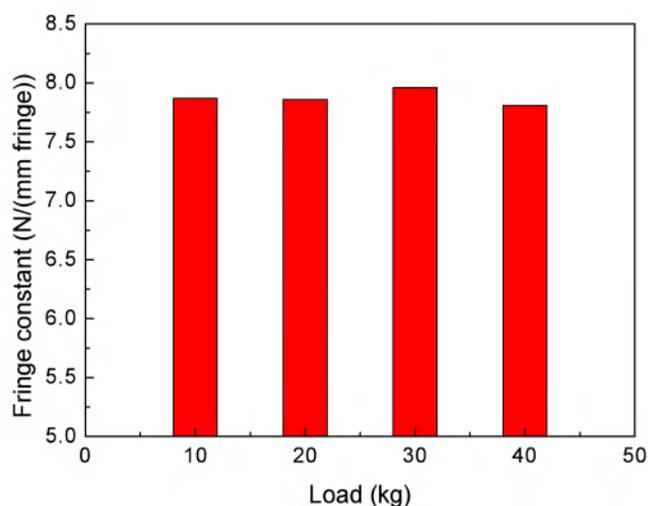


图 2.2 不同载荷下人工得到的材料条纹值，平均值为 7.875N/(条·mm)

如图所示为不同载荷下的人工确定结果比较相近，其平均值约为 7.875N/(条·mm)。由于具有一定宽度的等色线条纹难以凭视觉准确判断是否通过圆盘中心，而且圆盘中心位置也难以人工准确确定，因此人工测试结果存在不可避免的人为误差，要通过多次测量平均来尽可能消除。

综上所述，我们采用的聚碳酸酯模型所具有的材料条纹值为  $F_{\sigma} = 7.80\text{N}/(\text{条}\cdot\text{mm})$ 。聚碳酸酯模型的厚度为 4.8mm 和直径为 30mm。图像放大率  $30/476=0.06302521\text{mm}/\text{pixel}$ 。

### 第三章 加载方案 A

圆盘模型接触受压，杠杆加载系统如图所示。

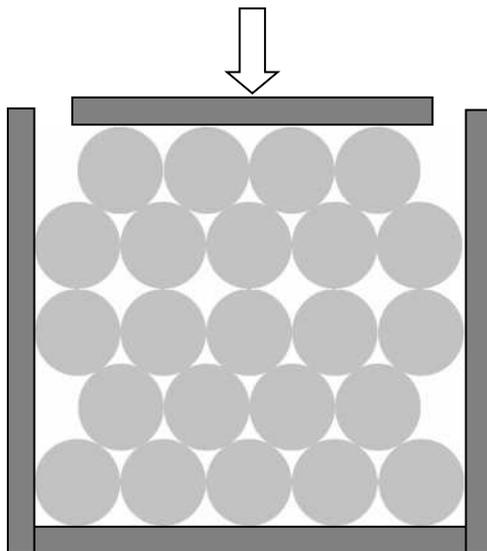


图 3.1 力链方案 A

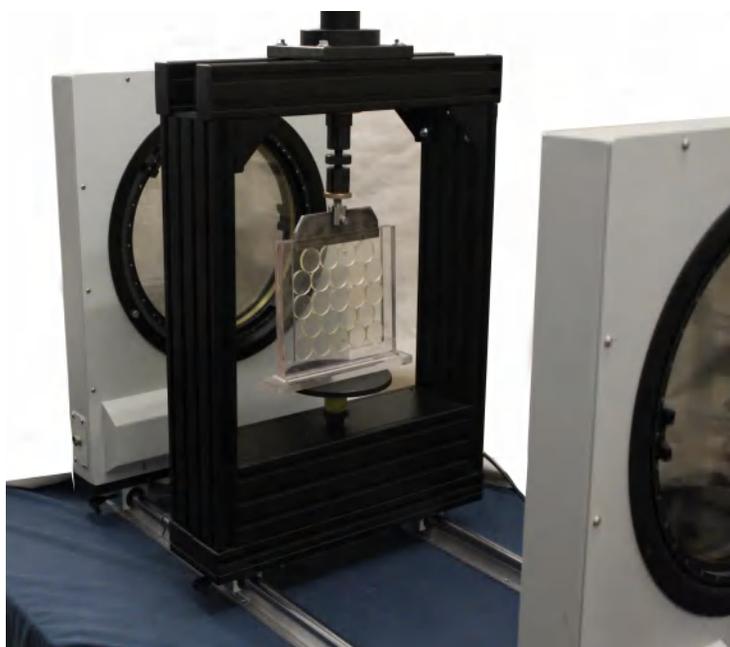
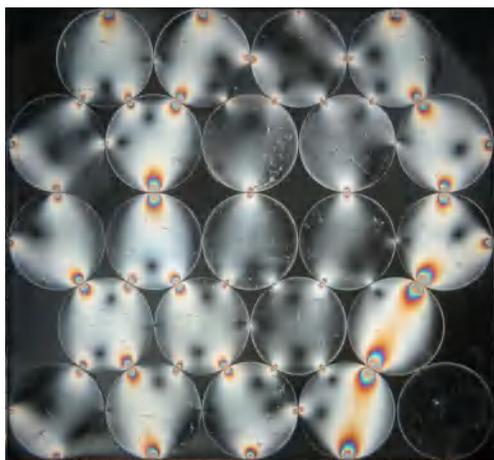
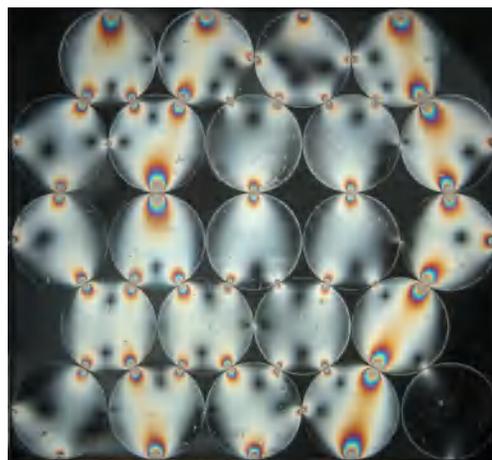


图 3.2 杠杆加载系统与受载模型

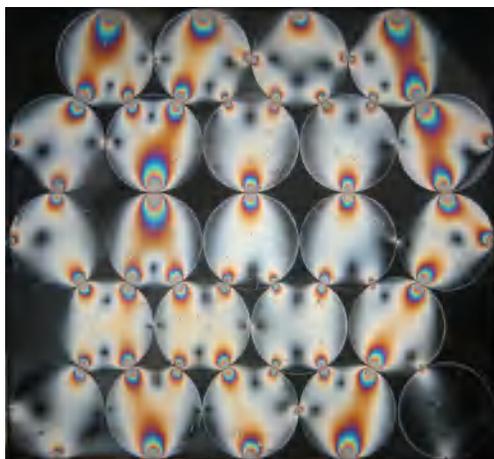
## 第四章 典型等色线



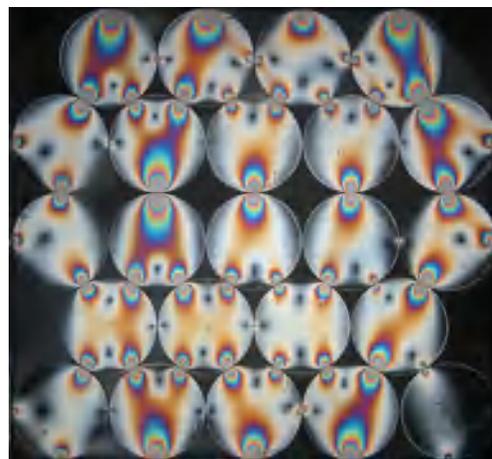
等色线条纹（10kg）



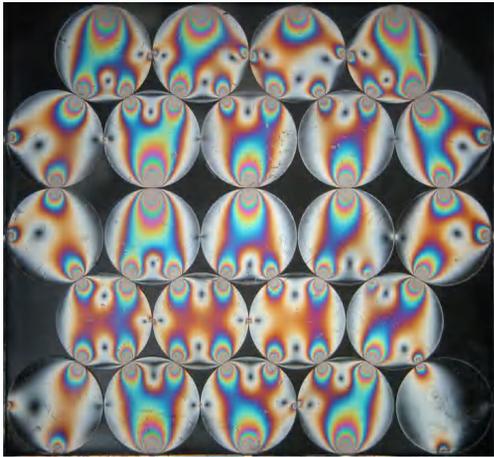
等色线条纹（20kg）



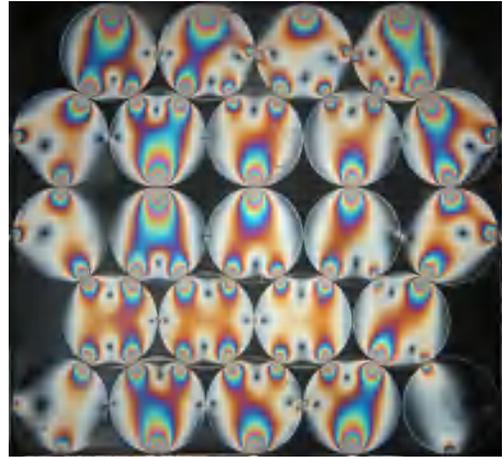
等色线条纹（30kg）



等色线条纹（40kg）

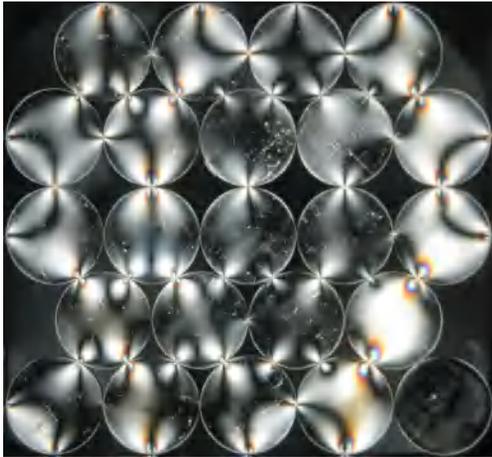


等色线条纹（50kg）

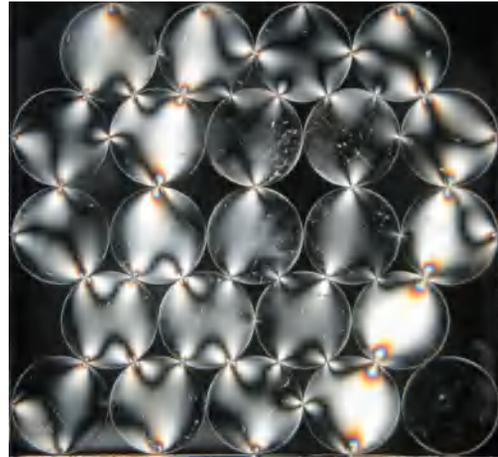


等色线条纹（60kg）

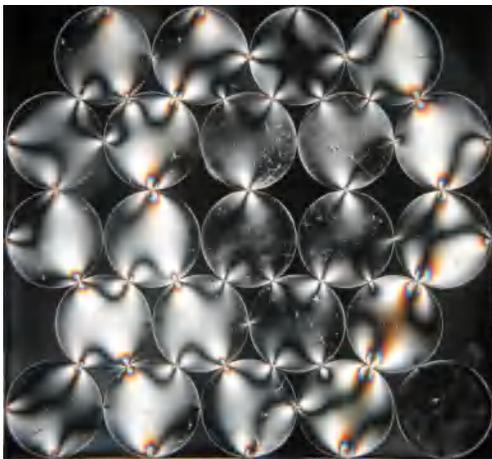
## 第五章 典型等倾线



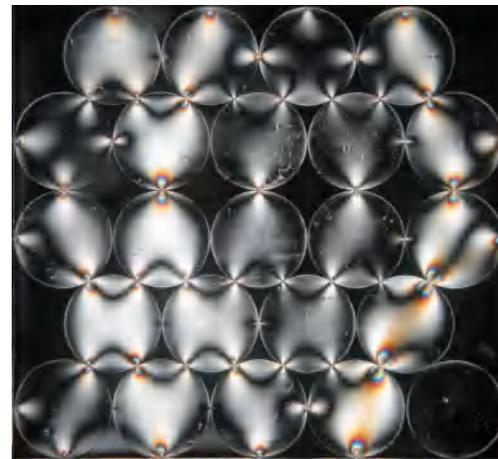
等倾线 (0度)



等倾线 (22.5度)



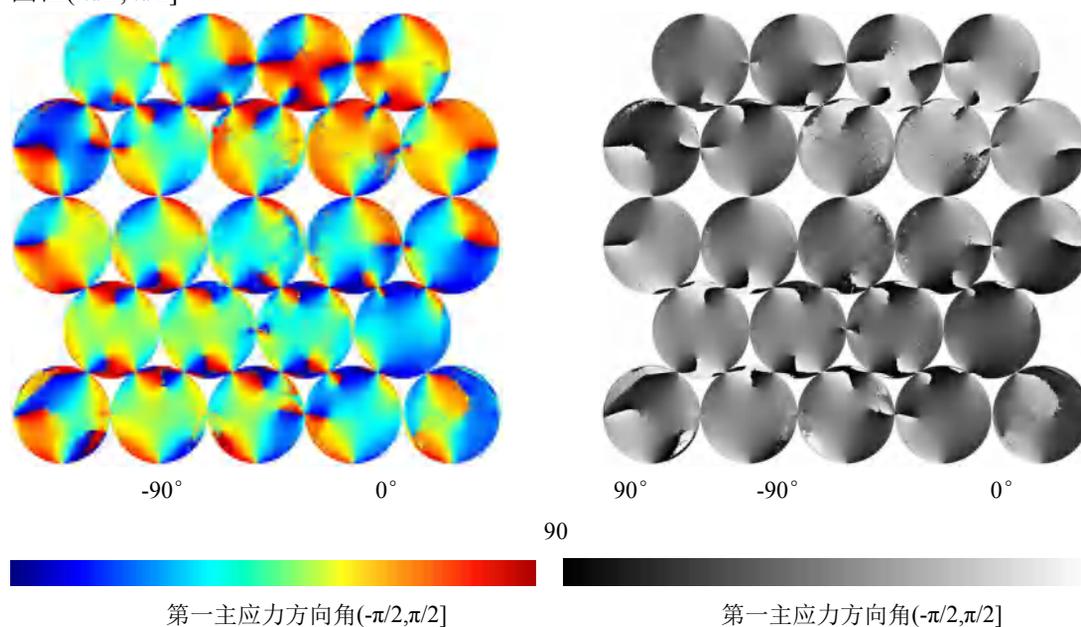
等倾线 (45度)



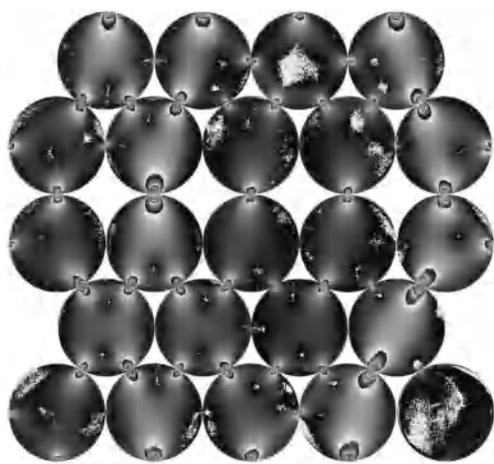
等倾线 (67.5度)

## 第六章 等倾线全场分布

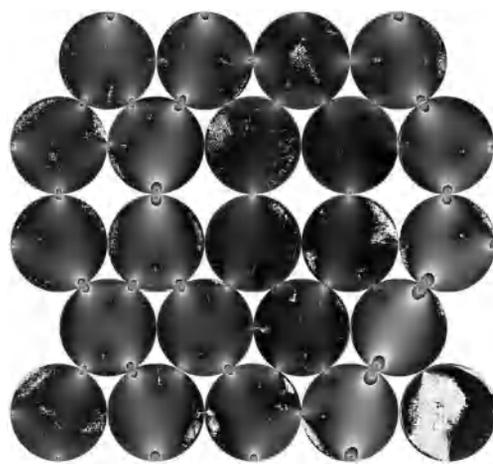
采用彩色四步相移法并转换为第一主应力方向角，得到全场的第一主应力方向角（等倾线）分布。这里第一主应力方向角定义为第一主应力 $\sigma_1$ 与水平参考轴 $x$ 夹角，其分布范围在 $(-\pi/2, \pi/2]$ 。



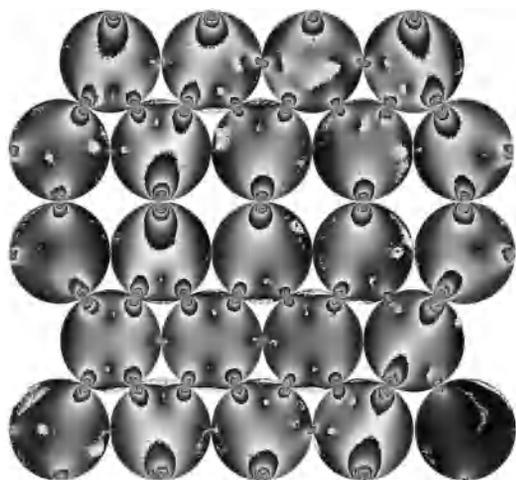
## 第七章 等色线级数包裹相图



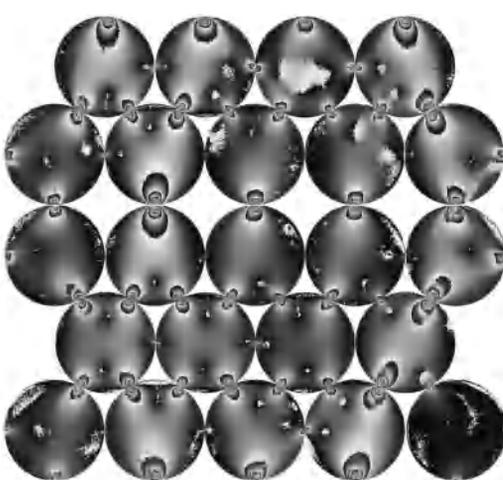
等色线级数包裹相图（10kg）



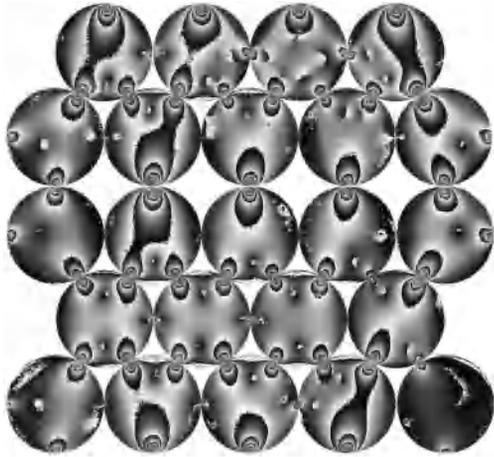
等色线级数包裹相图（20kg）



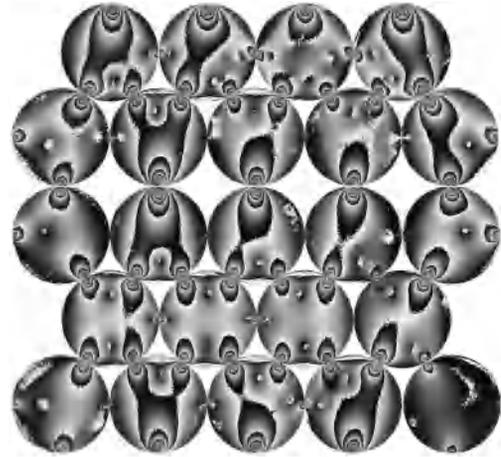
等色线级数包裹相图（30kg）



等色线级数包裹相图（40kg）

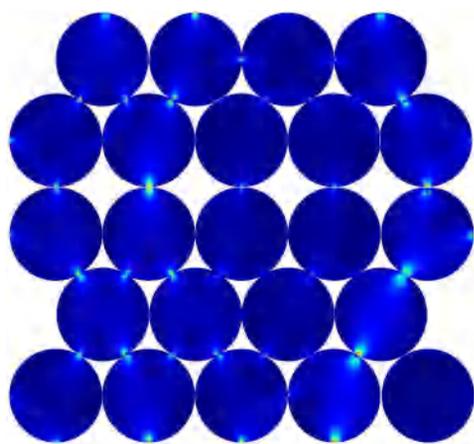


等色线级数包裹相图（50kg）



等色线级数包裹相图（60kg）

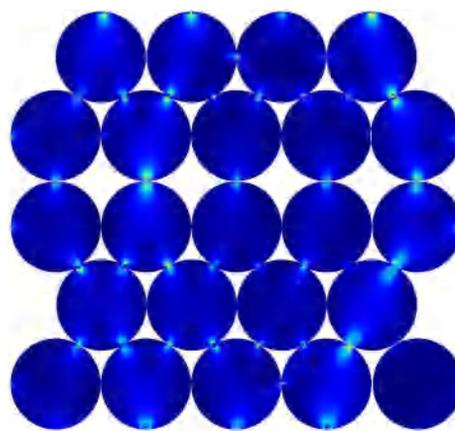
## 第八章 等色线级数全场分布



0.0                      2.354                      4.709



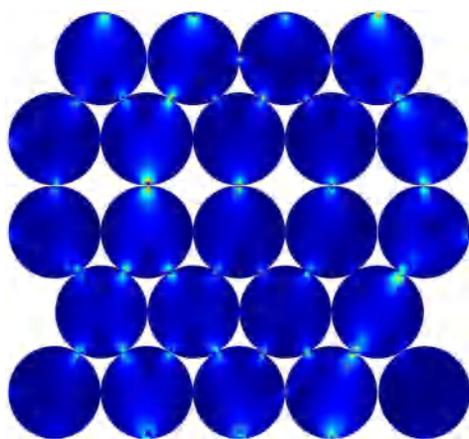
等色线级数去包裹相图（10kg，单位：级数）



0.0                      2.596                      5.193



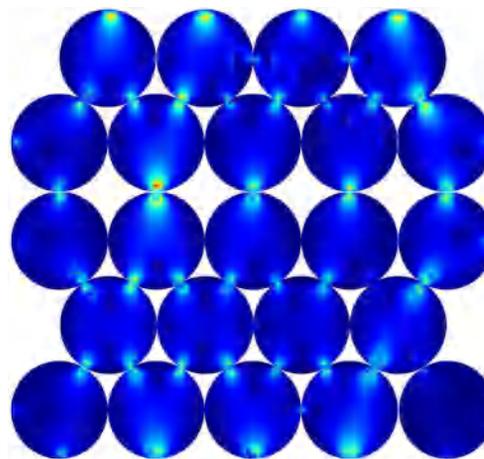
等色线级数去包裹相图（20kg，单位：级数）



0.0                      3.119                      6.239



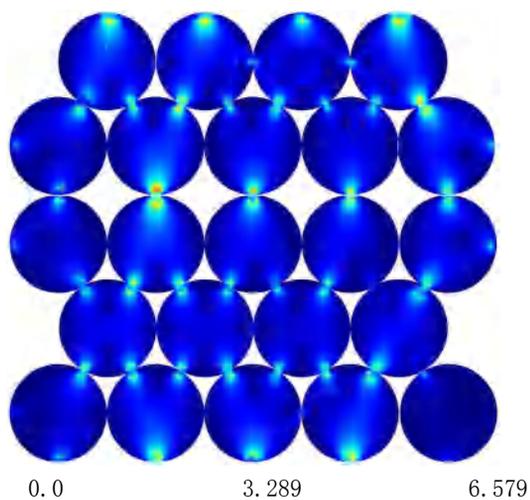
等色线级数去包裹相图（30kg，单位：级数）



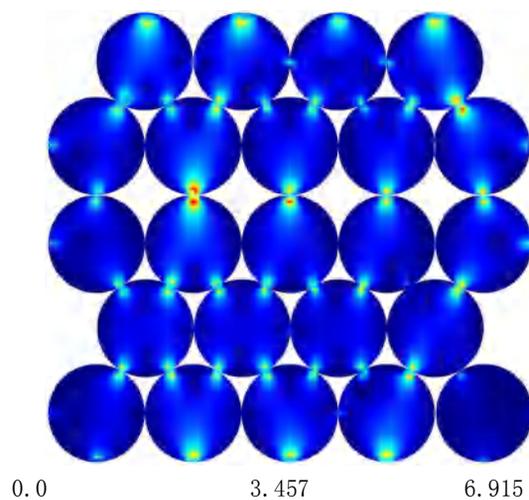
0.0                      2.763                      6.527



等色线级数去包裹相图（40kg，单位：级数）

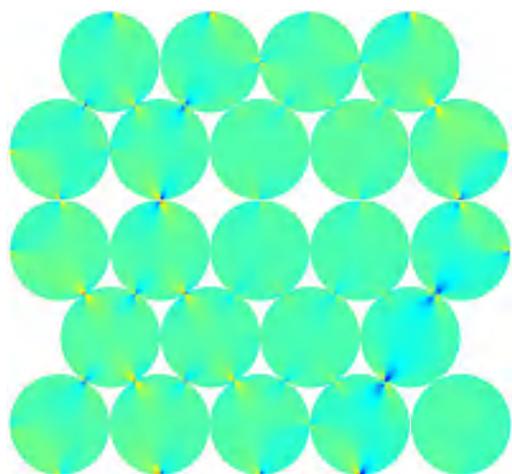


等色线级数去包裹相图（50kg，单位：级数）



等色线级数去包裹相图（60kg，单位：级数）

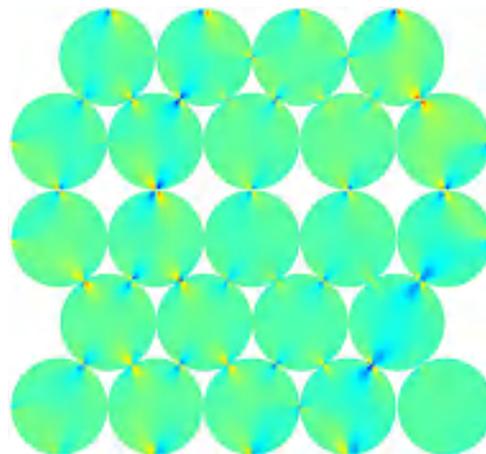
## 第九章 剪应力全场分布



-3.215                      0                      3.826



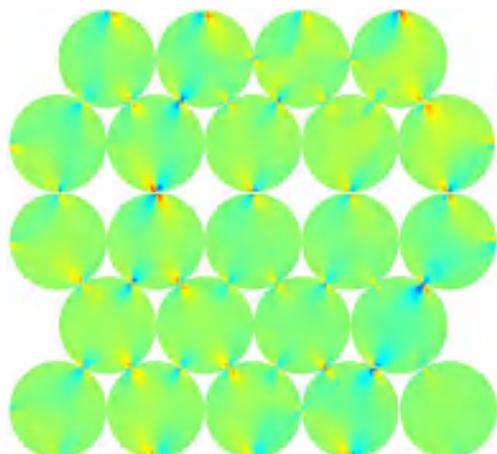
剪应力分布（10kg，单位：MPa）



-3.333                      0                      3.831



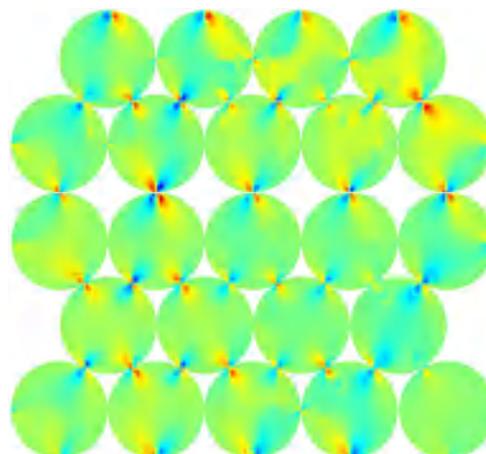
剪应力分布（20kg，单位：MPa）



-4.75                      0                      4.392



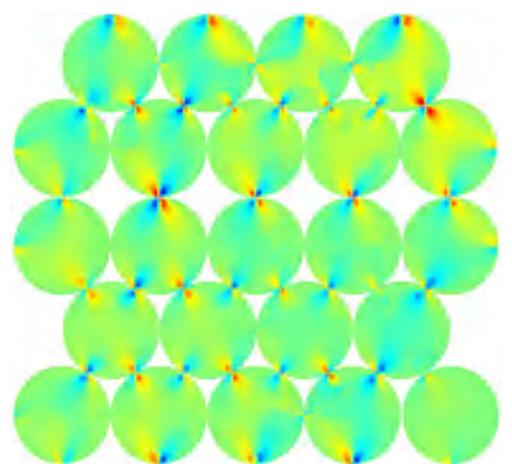
剪应力分布（30kg，单位：MPa）



-3.67                      0                      3.373



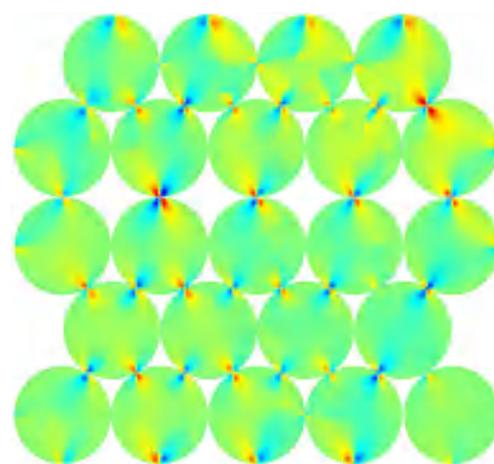
剪应力分布（40kg，单位：MPa）



-4.397                      0                      4.155



剪应力分布 (50kg, 单位: MPa)



-5.163                      0                      4.868



剪应力分布 (60kg, 单位: MPa)

## 第十章 Tresca 应力分布

在平面应力状态下，Tresca 应力即为两主应力之差，可将全场等色线级数  $nf/(2\pi h)$  转化为 Tresca 应力。所以，Tresca 应力分布与【全场等色线级数分布】一致，尺度要乘以系数  $7.8/4.8/2\pi=0.2586$  即可。将下图中 a-a'、b-b'、c-c'、A-A'、B-B'、C-C'、1-1'、2-2' 条直线上的等色线级数提取出来，再乘以上述系数，即为接触界面附近的 Tresca 应力分布。

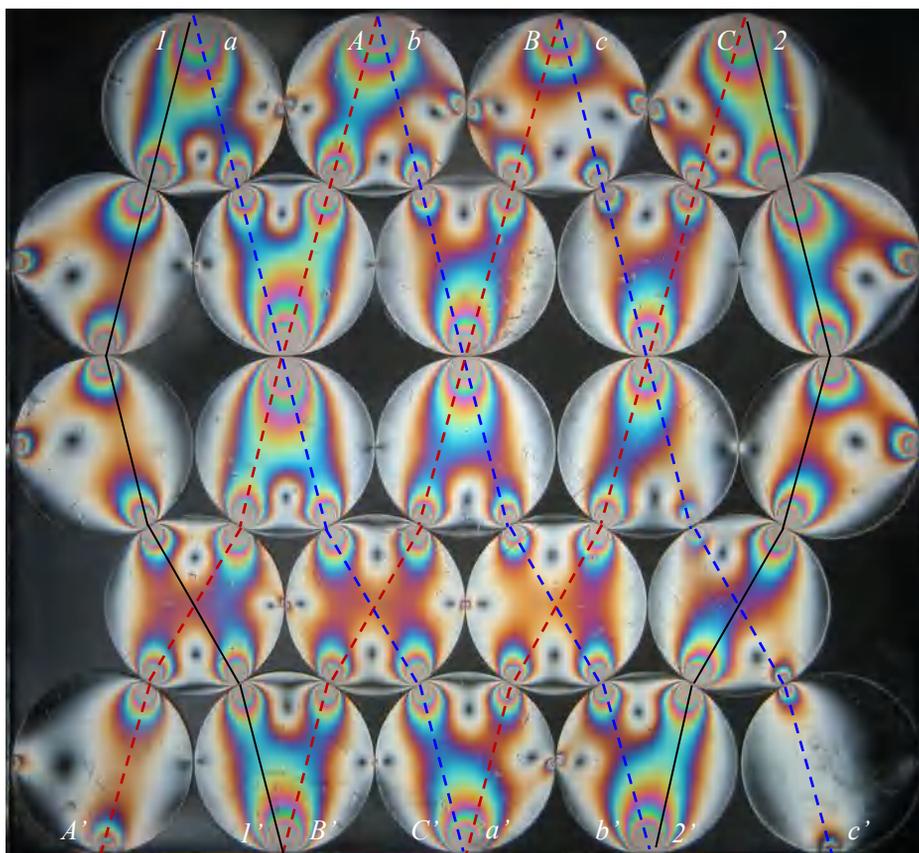


图 10-1 正交圆偏振场的等色线条纹图（60kg）

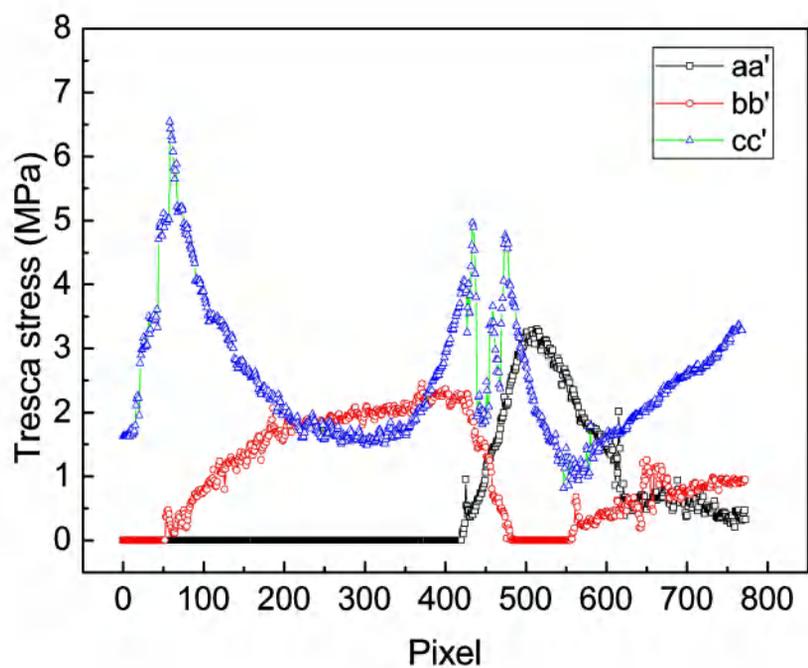


图 10-2

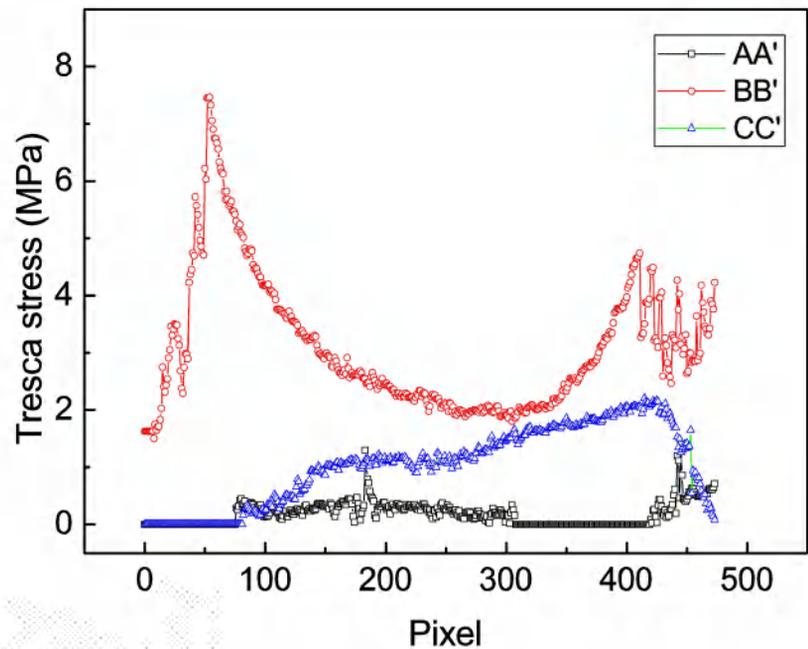


图 10-3

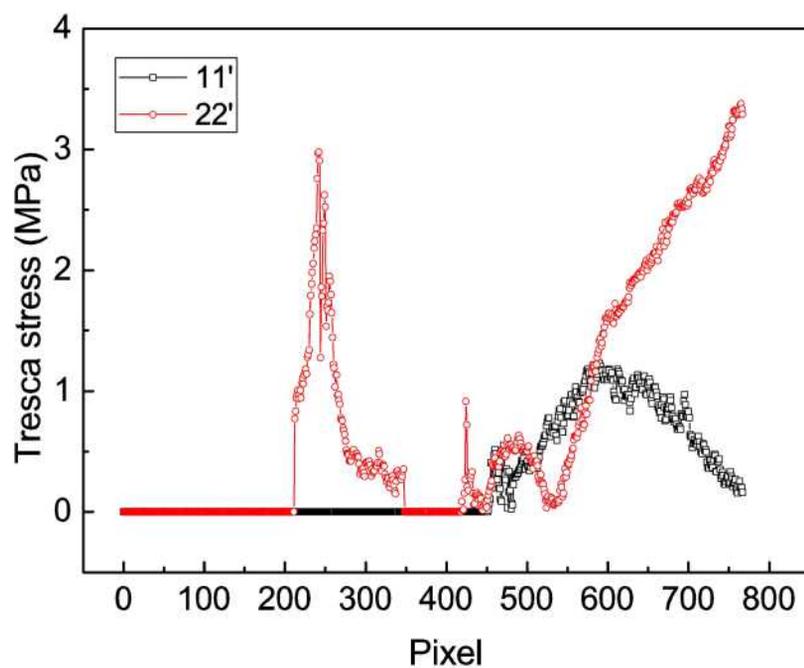


图 10-4

Tresca 应力分布曲线反应的是最大剪应力在所选路径中的分布情况，从中可以判断路径中危险接触面的位置，从而可以预测可能发生力链破坏的位置。同时，由于在同一力链中的各个接触力大小基本相等，通过观察所选路径中的应力分布情况，可以从理论上确定力链的组成路径。

## 第十一章 加载方案 B

圆盘模型接触受压，杠杆加载系统如图所示。

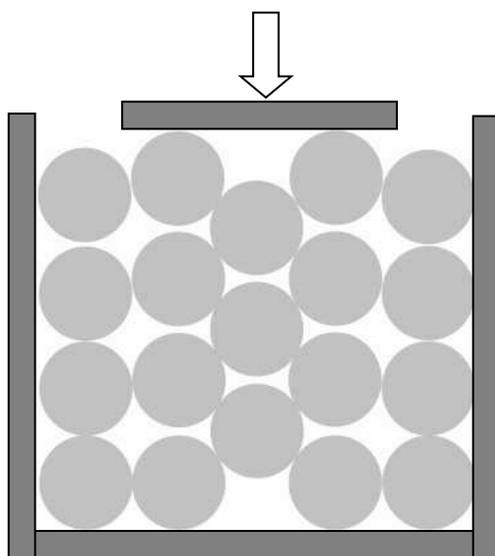


图 11-1 力链方案 B

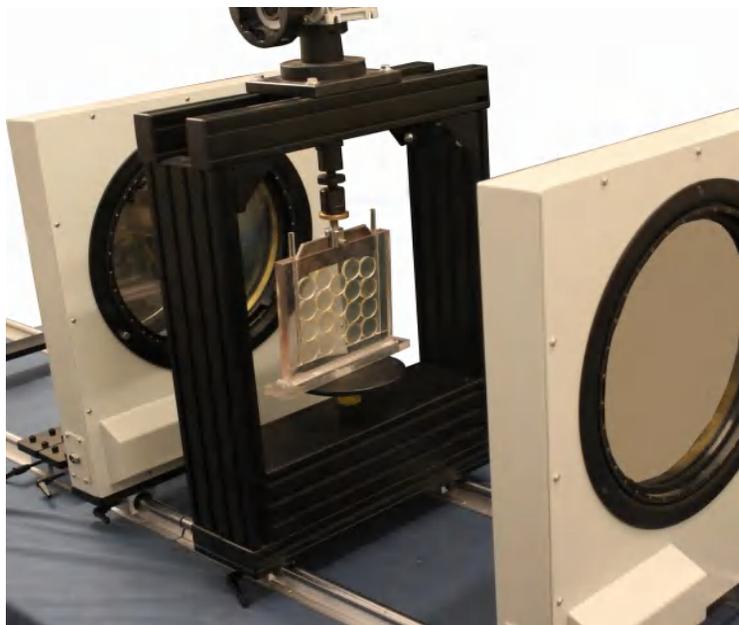
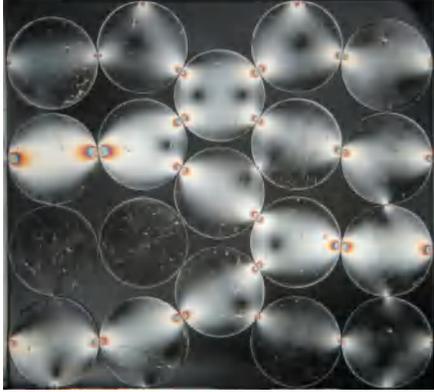
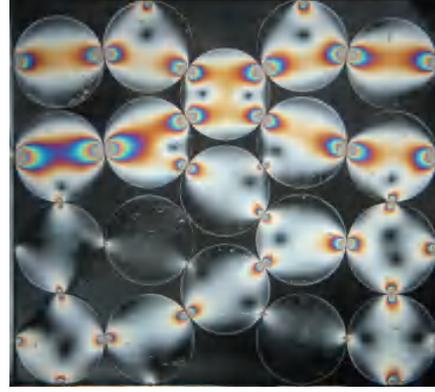


图 11-2 杠杆加载系统与受载模型

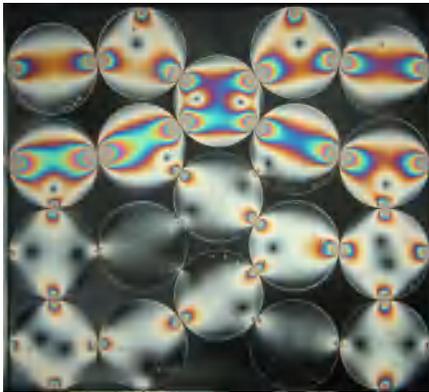
## 第十二章 典型等色线



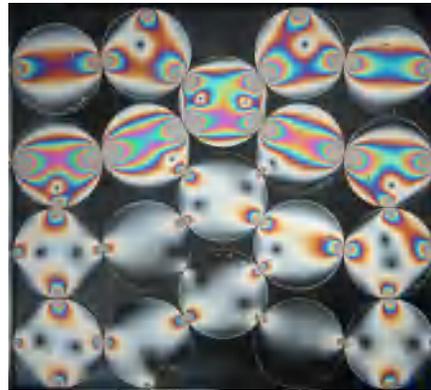
等色线条纹（2kg）



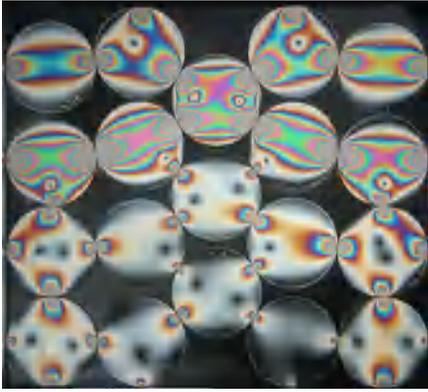
等色线条纹（5kg）



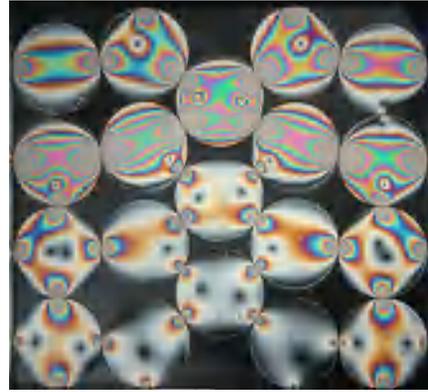
等色线条纹（10kg）



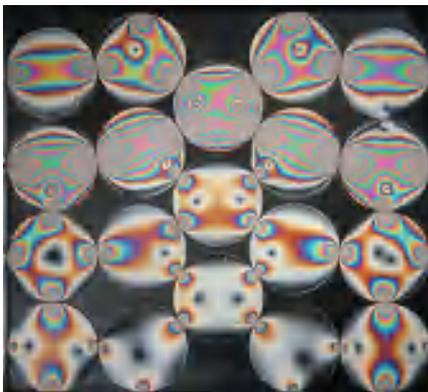
等色线条纹（15kg）



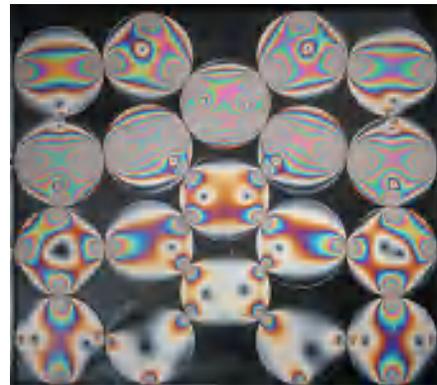
等色线条纹（20kg）



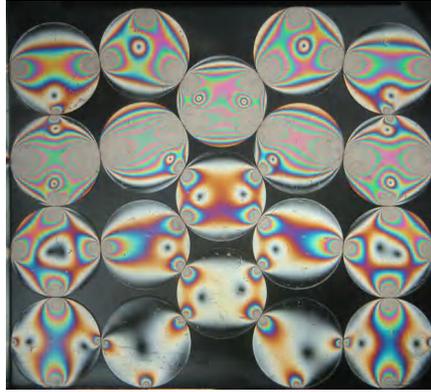
等色线条纹（25kg）



等色线条纹（30kg）

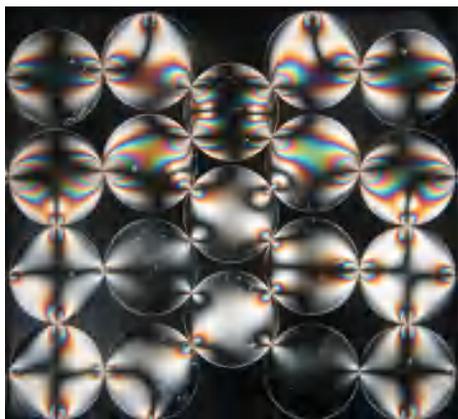


等色线条纹（35kg）

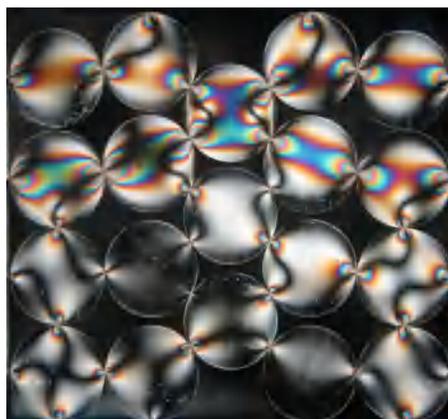


等色线条纹（40kg）

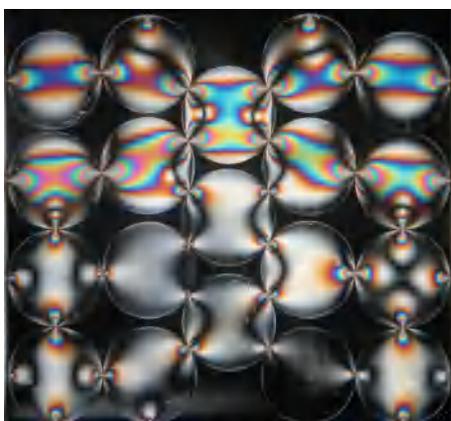
## 第十三章 典型等倾线



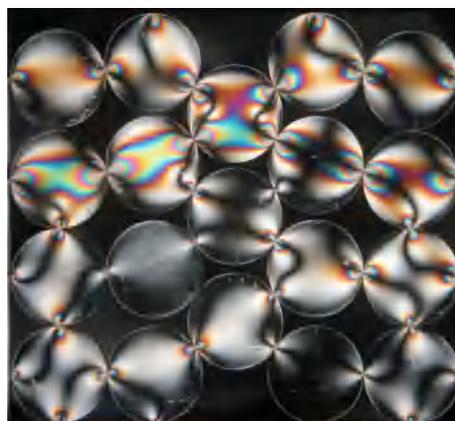
等倾线（0度）



等倾线（22.5度）



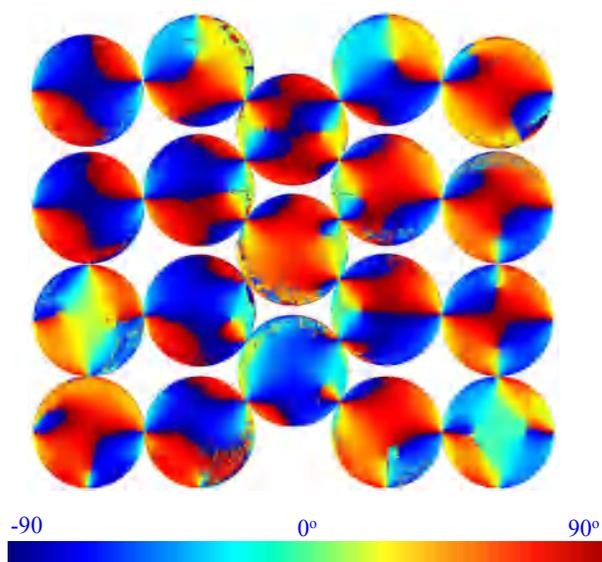
等倾线（45度）



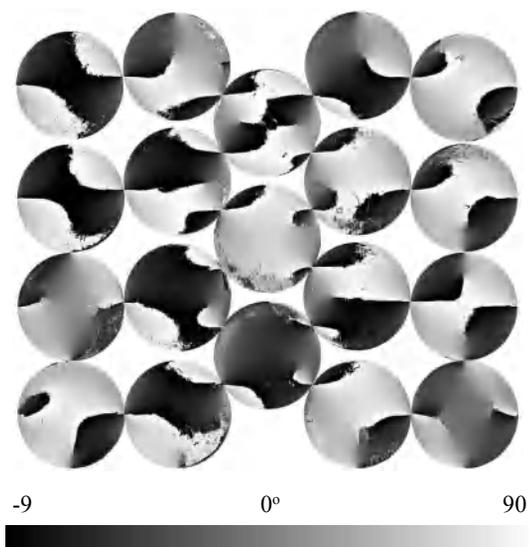
等倾线（67.5度）

## 第十四章 等倾线全场分布

采用彩色四步相移法并转换为第一主应力方向角，得到全场的第一主应力方向角（等倾线）分布。这里第一主应力方向角定义为第一主应力 $\sigma_1$ 与水平参考轴 $x$ 夹角，其分布范围在 $(-\pi/2, \pi/2]$ 。

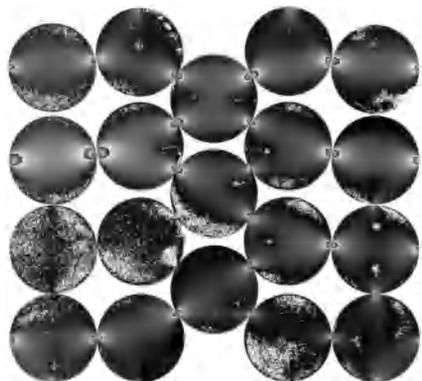


第一主应力方向角 $(-\pi/2, \pi/2]$

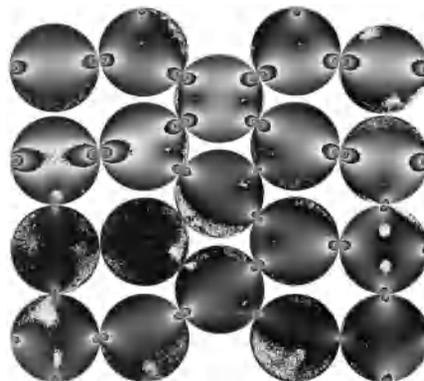


第一主应力方向角 $(-\pi/2, \pi/2]$

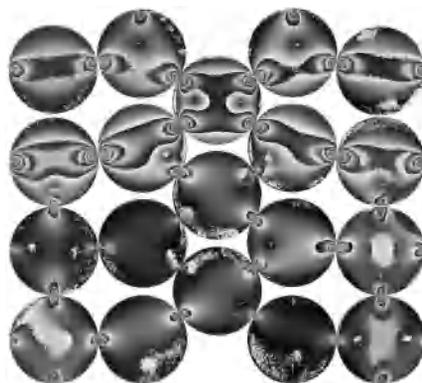
## 第十五章 等色线级数包裹相图



等色线级数包裹相图（2kg）



等色线级数包裹相图（5kg）



等色线级数包裹相图（10kg）



等色线级数包裹相图（15kg）



等色线级数包裹相图（20kg）



等色线级数包裹相图（25kg）



等色线级数包裹相图（30kg）

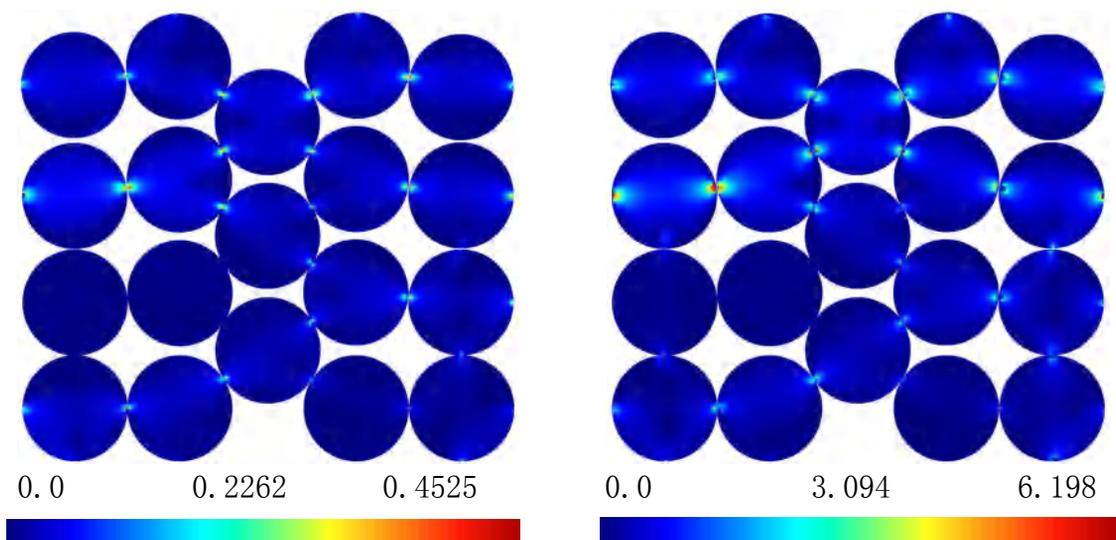


等色线级数包裹相图（35kg）



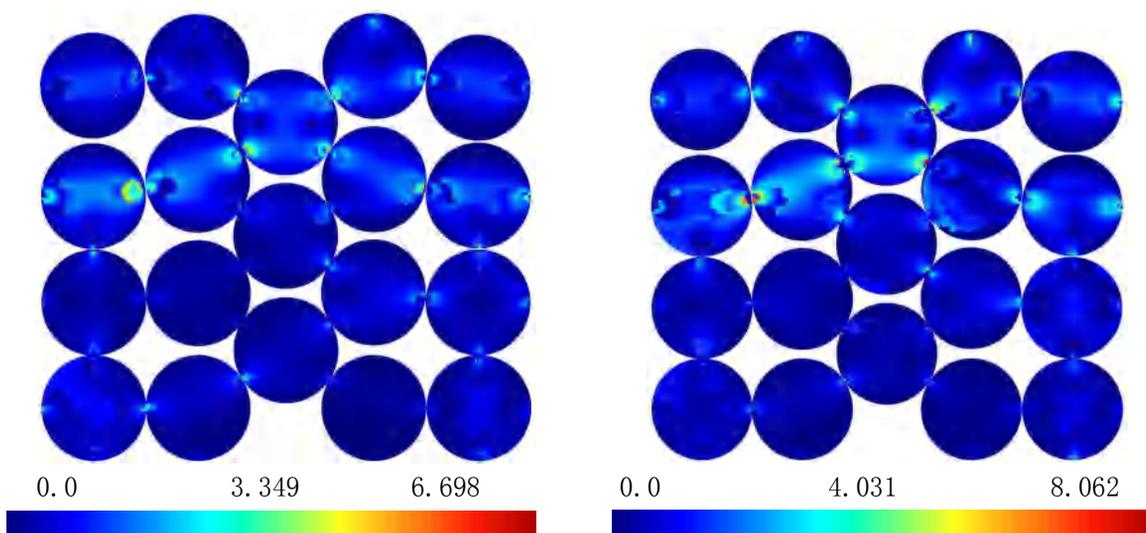
等色线级数包裹相图（40kg）

## 第十六章 等色线级数全场分布



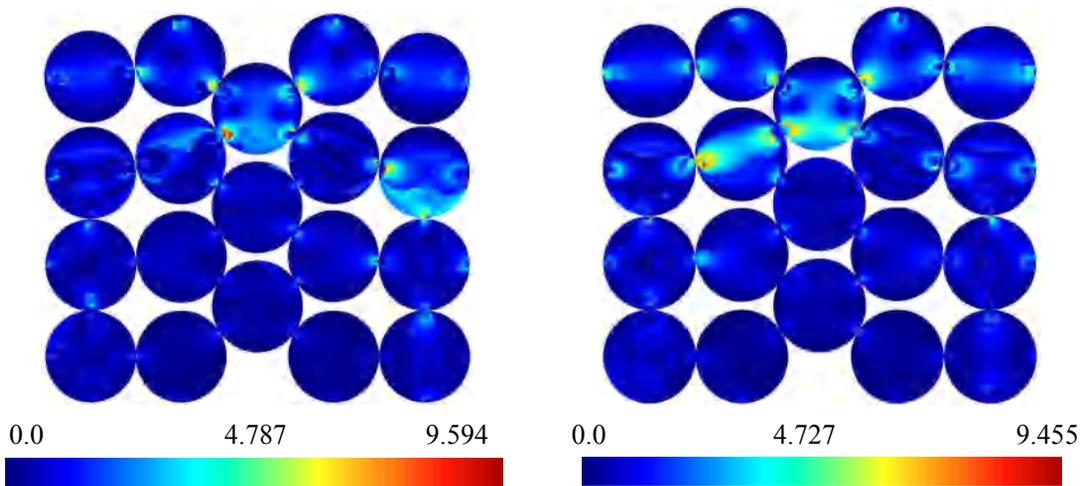
等色线级数去包裹相图（2kg，单位：级数）

等色线级数去包裹相图（5kg，单位：级数）

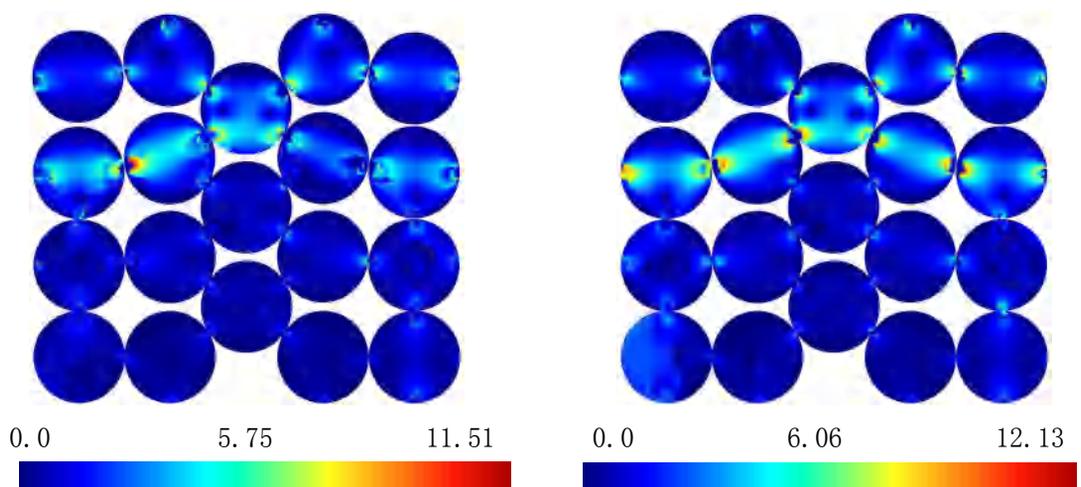


等色线级数去包裹相图（10kg，单位：级数）

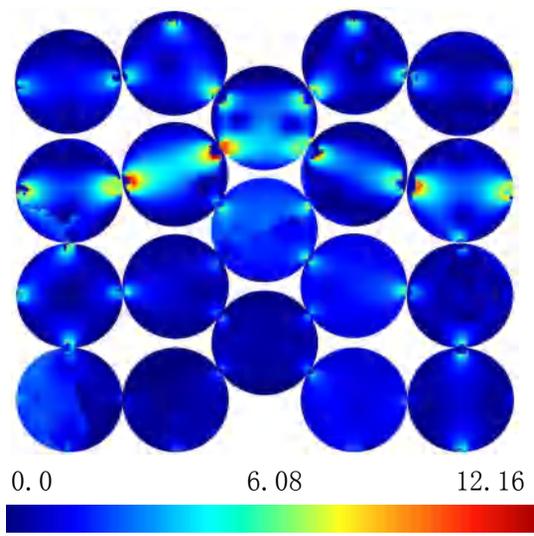
等色线级数去包裹相图（15kg，单位：级数）



等色线级数去包裹相图（20kg，单位：级数） 等色线级数去包裹相图（25kg，单位：级数）

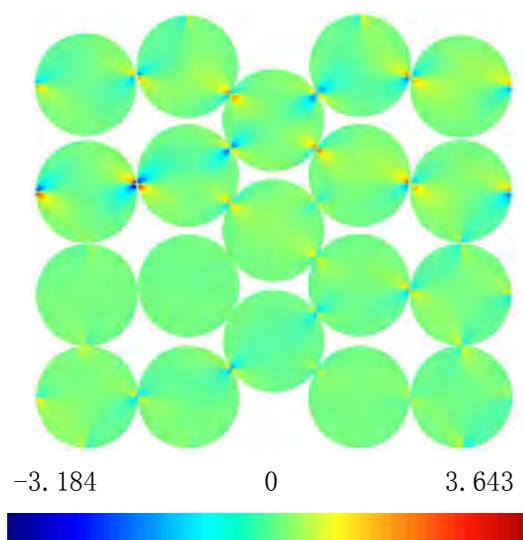


等色线级数去包裹相图（30kg，单位：级数） 等色线级数去包裹相图（35kg，单位：级数）

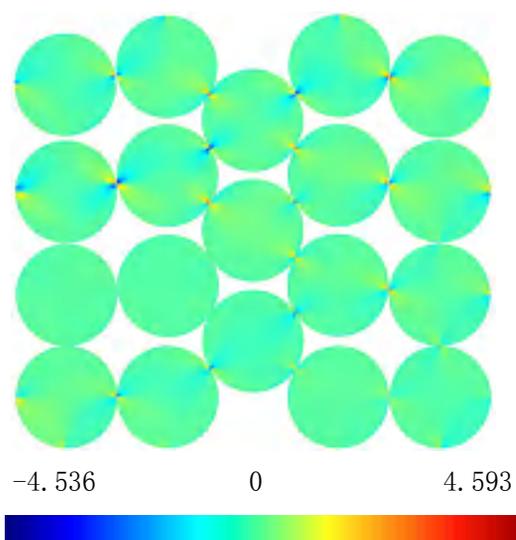


等色线级数去包裹相图（40kg，单位：级数）

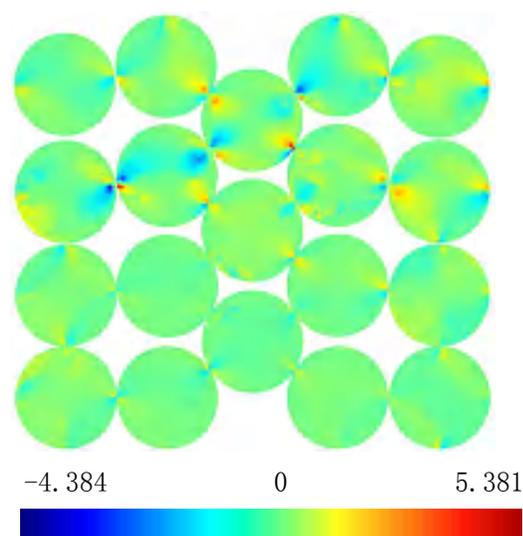
## 第十七章 剪应力全场分布



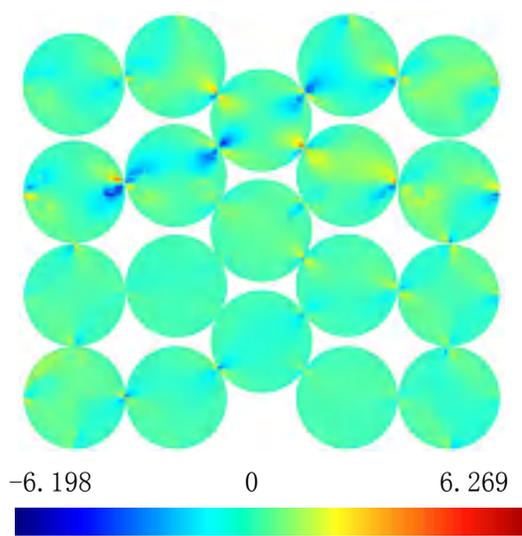
剪应力分布（2kg，单位：MPa）



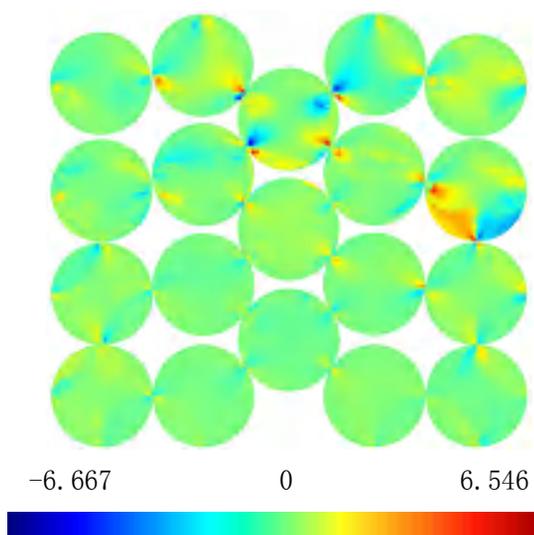
剪应力分布（5kg，单位：MPa）



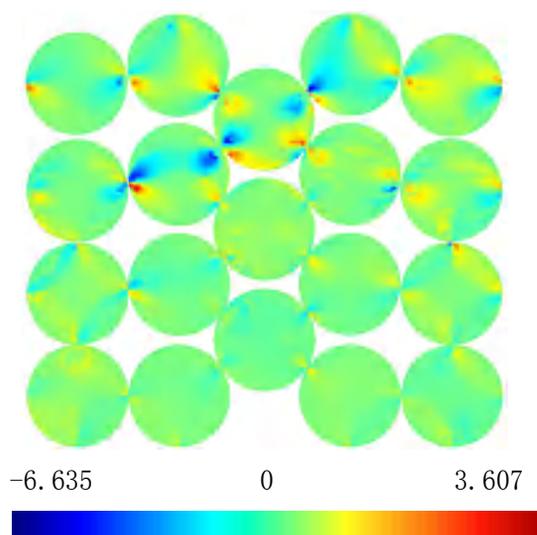
剪应力分布（10kg，单位：MPa）



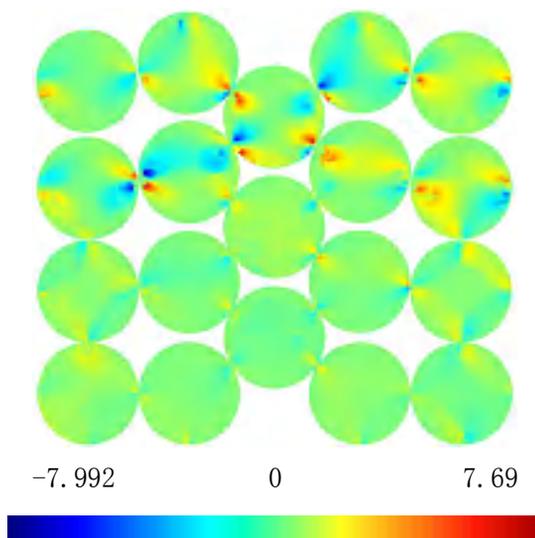
剪应力分布（15kg，单位：MPa）



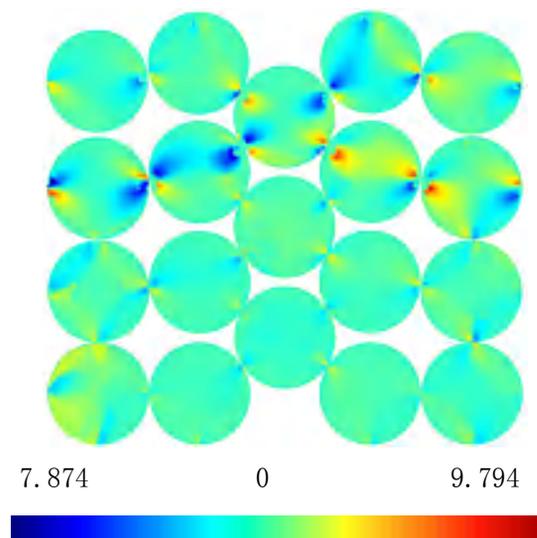
剪应力分布（20kg，单位：MPa）



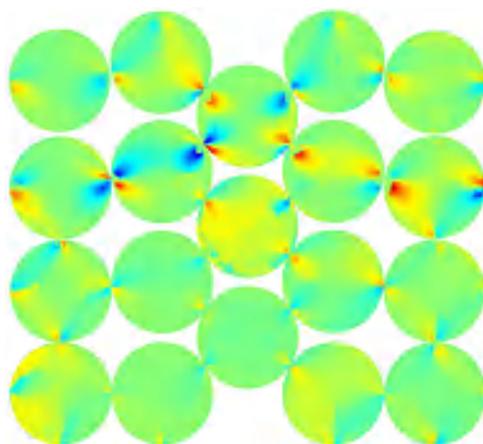
剪应力分布（25kg，单位：MPa）



剪应力分布（30kg，单位：MPa）



剪应力分布（35kg，单位：MPa）



-9.62                      0                      9.091



剪应力分布（40kg，单位：MPa）

## 第十八章 Tresca 应力分布

在平面应力状态下，Tresca 应力即为两主应力之差，可将全场等色线级数  $nf/(2\pi h)$  转化为 Tresca 应力。所以，Tresca 应力分布与【全场等色线级数分布】一致，尺度要乘以系数  $7.8/4.8/2\pi=0.2586$  即可。将下图中 ABC、abc、ABC'、abc'、1-1'、2-2' 条直线上的等色线级数提取出来，再乘以上述系数，即为接触界面附近的 Tresca 应力分布。

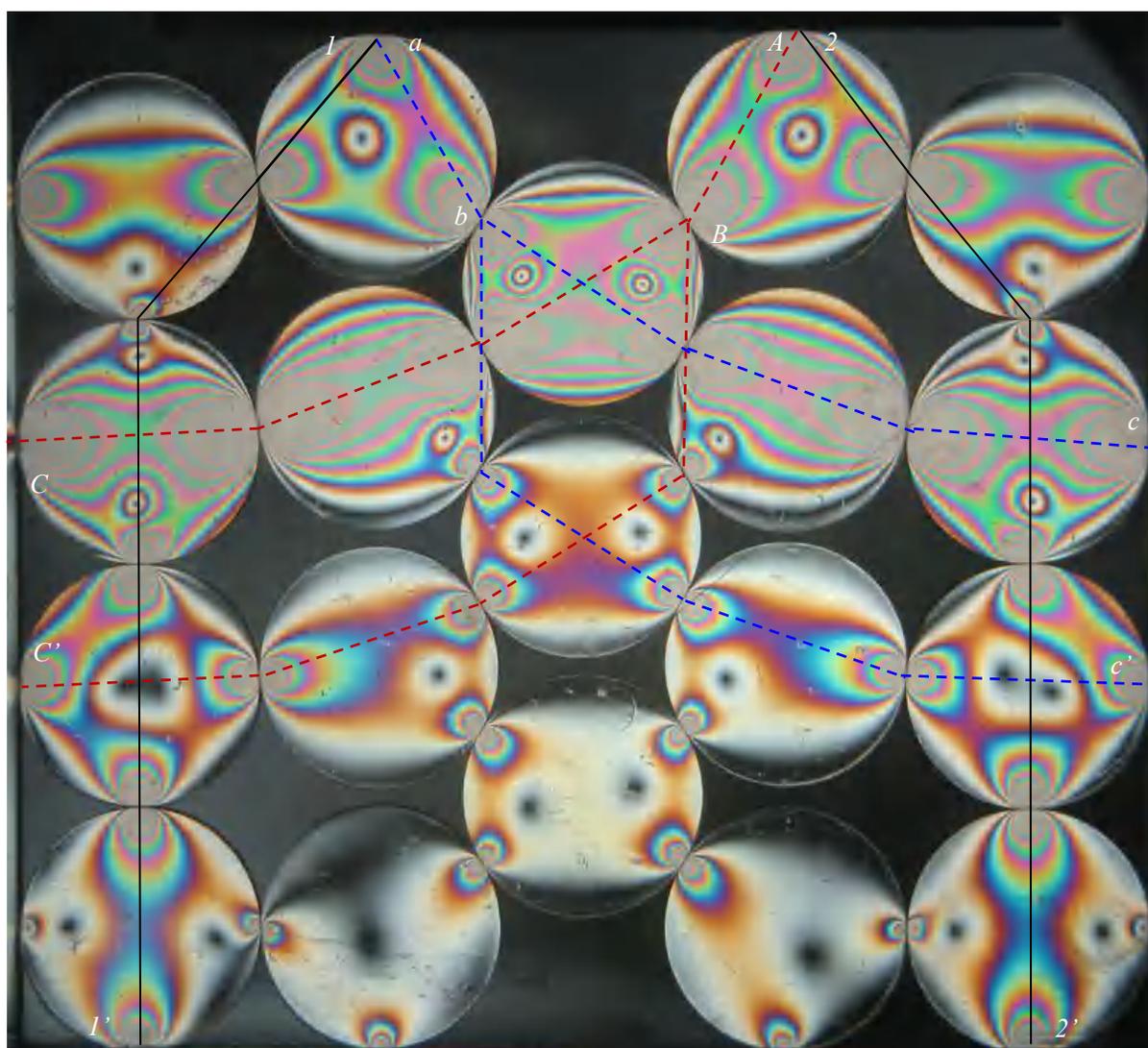


图 18-1 正交圆偏振场的等色线条纹图（60kg）

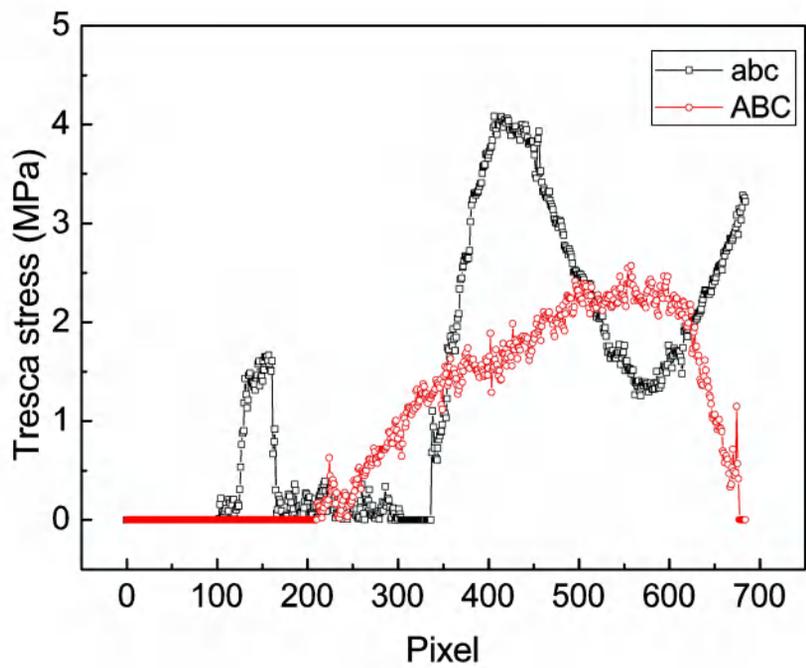


图 18-2

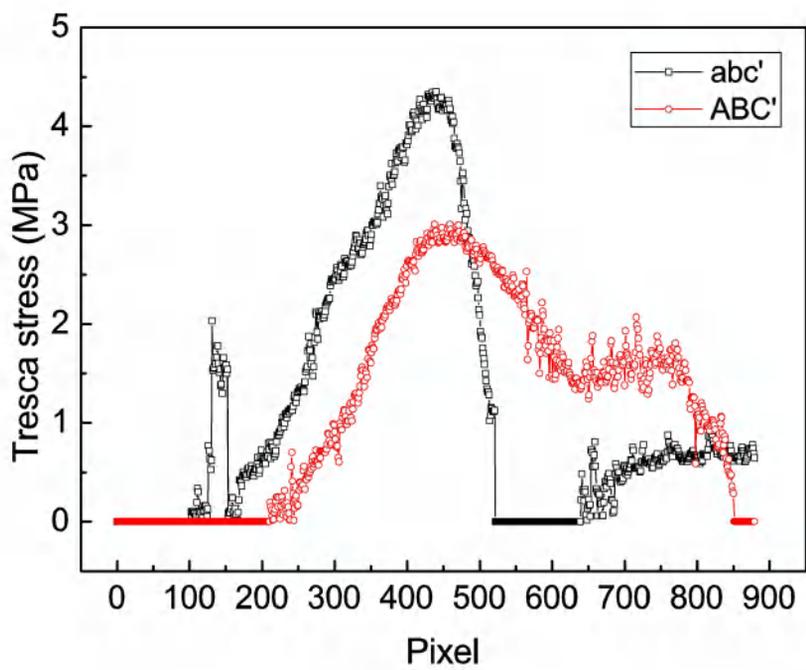


图 18-3

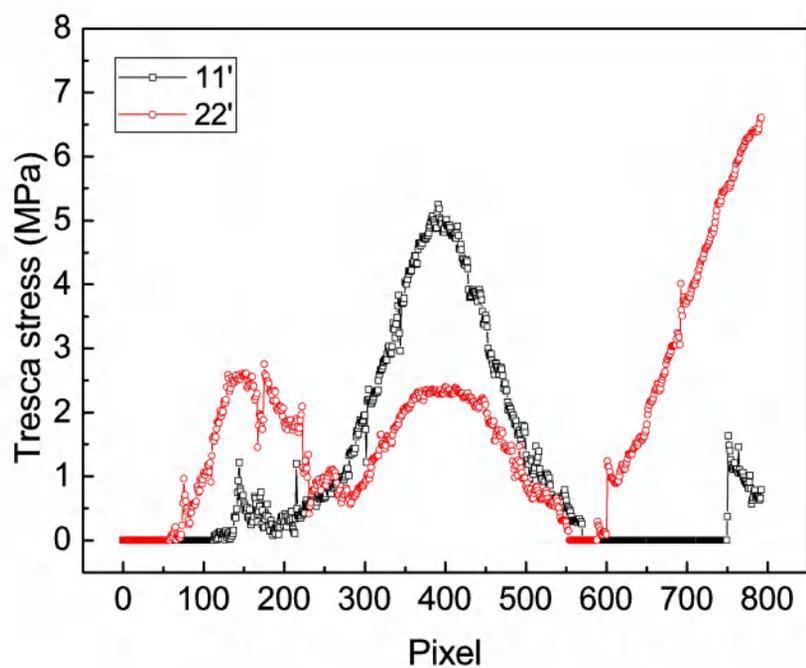
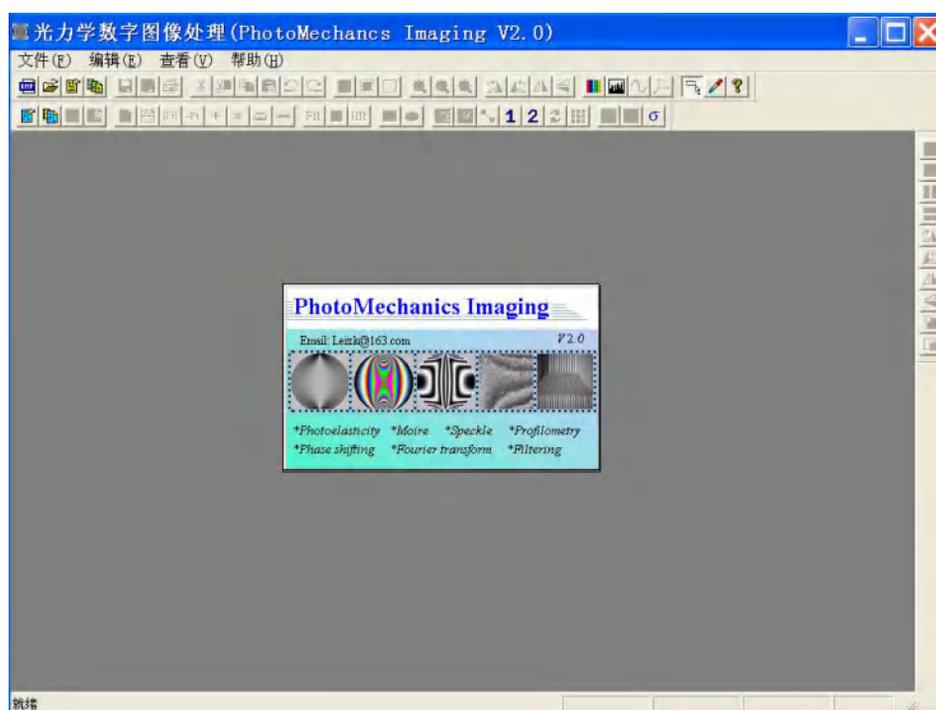


图 18-4

Tresca 应力分布曲线反应的是最大剪应力在所选路径中的分布情况，从中可以判断路径中危险接触面的位置，从而可以预测可能发生力链破坏的位置。同时，由于在同一力链中的各个接触力大小基本相等，通过观察所选路径中的应力分布情况，可以从理论上确定力链的组成路径。

## 附 数字光弹性软件介绍

本实验分析报告中的数据是采用数字光弹性方法得到的，数字光弹性全场剪应力自动确定方案及相关软件（Digital Photoelasticity V2.0 for Whole-field Shear Stress Calculation）是数字光弹性图像处理自动化发展的一个新成果，它集成了包括全场等色线自动确定的六步相移法、全场等倾线确定的彩色四步相移法和全场第一主应力方向判别法等现阶段最新技术，能够全自动计算全场剪应力。完全能够应用到以剪切应力传递为主的结构分析和纤维复合材料界面载荷传递等领域的力学问题测量和研究中，也适合于解决实际工程应用光弹性测试问题。软件界面如下：

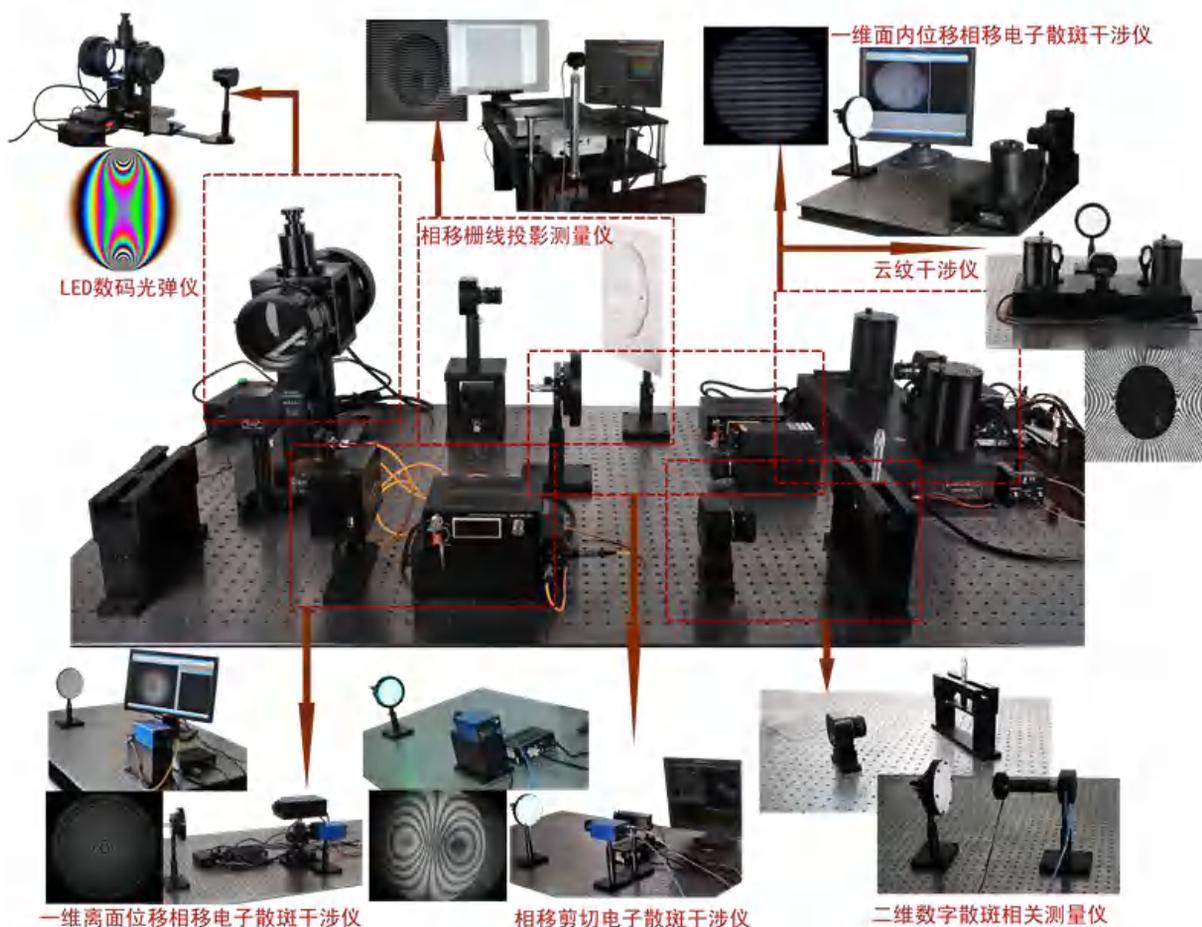


基本功能：文件打开与保存、撤销与重复、选择感兴趣区域、拷贝与粘贴、颜色调整、直方图、光强信息栏、负像、旋转与镜像、二值化与灰度化、中值滤波、图像分层与合并、图像连接、图像运算等。

高级功能：彩色四步相移法、六步相移法、去包裹处理、剪应力计算等。

数据接口支持位图 (\*. bmp)、浮点图、文本文件数据的输出、输入功能。

# Trust 光测力学实验室



<http://www.trustyiqi.com>

Tel: 0512-68080407 68416291

Email: trust2002@126.com

## Trust 光弹仪系列产品



**TST-300 激光光弹仪**



**TST-1003 型 LED 数码光弹仪**



**TST-150 型 LED 数码光弹仪**

卓力特光电仪器（苏州）有限公司

TRUST O&E INSTRUMENTS(SUZHOU)CO.,LTD

---

电话：0512-68080407 68416291

地址：江苏省苏州彩香路 6 号金阊科技产业园

邮箱：trust2002@126.com

---

南京分公司

电话：025-86933261 85433269

地址：南京市龙蟠路 173 号

邮箱：trusmt@gmail.com



[www.trustyiqi.com](http://www.trustyiqi.com)